

利用视线测量估计自由段弹道的方法研究

李 盾,周一宇,吕彤光,苗 雨

(国防科技大学电子科学与工程学院,湖南长沙 410073)

摘 要: 本文主要研究空间预警系统利用星载红外传感器的视线测量估计弹道导弹自由飞行段弹道的问题. 针对目标运动的弱可观测性,提出了只约束位置的改进 Gauss-Newton 方法,解决了弹道的最大似然估计问题,并利用 Monte Carlo 仿真实验验证估计算法的有效性,且对估计误差进行了分析.

关键词: 预警; 视线测量; 弹道估计

中图分类号: TN96 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2003) 02-0248-04

Ballistic Trajectory Estimation with LOS Measurement

LI Dun, ZHOU Yi-yu, LV Tong-guang, MIAO Yu

(School of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Techn., Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: Using line of sight (LOS) measurements from space-based infrared sensors, ballistic trajectory estimation problem of ballistic missile is studied in this paper. Taking into account poor target motion observability, an improved position constrained Gauss-Newton algorithm is proposed to solve maximum likelihood estimation problem of trajectory. Monte Carlo simulation verifies the efficiency of this algorithm. And, estimation error is analyzed.

Key words: early warning; LOS measurement; ballistic trajectory estimation

1 引言

弹道导弹在火箭发动机关机后进入自由飞行段,弹头在重力作用下作惯性飞行,其理想弹道是以地心为一个焦点的椭圆,满足 Kepler 定律.此时,导弹运动轨迹可以用无摄的二体运动方程来描述,这是一个过程噪声为零的确定性系统^[2~4].在地心惯性坐标系 (ECI) 下,一旦关机后某参考时刻的位置与速度确定,自由飞行段弹道就完全确定了.因此,对弹道的估计就转化为对参考时刻运动状态的估计.

位于特定轨道的空间预警系统可以利用红外传感器的被动观测,获取传感器到目标的视线 (LOS) 测量信息,包括方位与俯仰角,实现对自由飞行段弹道的有效估计^[1,3].经典的方法是 Laplace 方法,但该方法对相对位置及数据更新率要求很高,且估计精度较差^[3].文献[5,6]中采用了非线性最小二乘滤波的方法来进一步提高估计精度.由于没有距离信息,弹道估计最大的问题来自于目标运动的弱可观测性^[3,5~7],体现为 Fisher 信息矩阵条件数极大.若直接采用文献[5]中的 Gauss-Newton 方法求解,不仅对初始估计要求高,且由于弱可观测性导致滤波极易发散.文献[6]采用更稳健的 Levenberg-Marquardt 方法,比较复杂,且在非常不利条件下结果也并不理想.通过对实际情况的分析,本文提出只约束位置的改进 Gauss-Newton 方法求解问题,并采用仿真实验进行分析.

2 运动与测量方程

设目标在 ECI 坐标系下位置为 $r = (r_x, r_y, r_z)^T$,速度为 $\dot{r} = (\dot{r}_x, \dot{r}_y, \dot{r}_z)^T$,则 t 时刻运动状态记为 $x(t) = (r(t), \dot{r}(t))^T$.根据二体运动的微分方程有^[4]

$$\ddot{r}(t) = -\mu \frac{r(t)}{r(t)^3} \quad (1)$$

其中 μ 为地球引力常数,且 $\mu = 3.986012 \times 10^5 \text{ km}^3/\text{s}^2$.式(1)是

个二阶的微分方程组,一旦确定了参考时刻 t_r 目标运动状态的 6 个分量(即 6 个积分常数),方程就完全确定了.记 t_r 时刻运动状态为 $x_r = x(t_r) = (r(t_r), \dot{r}(t_r))^T$,则目标运动方程记为

$$x(t) = f(x_r, t_r, t) \quad (2)$$

显然 $f(\cdot)$ 是非线性的,可以采用数值积分方法计算,也可以直接采用文献[4]中的方法.

假定自由飞行段目标的红外辐射被 N_s 个星载红外探测器依次观测到,共 M 组视线观测,分别对应于 t_1, t_2, \dots, t_M 时刻,且对应的卫星位置矢量分别为 $s_{n_s(1)}(t_1), s_{n_s(2)}(t_2), \dots, s_{n_s(M)}(t_M)$,其中下标 $n_s(k)$ 对应 t_k 时刻获得 LOS 测量的卫星,则测量方程为

$$z(k) = h(x_r, t_r, t_k, s_{n_s(k)}(t_k)) + w(k), \quad k = 1, \dots, M, 1 \leq n_s(k) \leq N_s \quad (3)$$

其中, $z(k)$ 是二维矢量,表示 t_k 时刻 LOS 测量的方位角 $a(x_r)$ 与俯仰角 $e(x_r)$. $w(k)$ 是传感器的测量噪声,它是零均值的高斯随机过程,且方差矩阵 R_k 已知.假定测量独立,且 N_s 个传感器有同样的测量误差方差. $h(x_r, t_r, t_k, s_{n_s(k)}(t_k))$ 简单记为 $h_k(x_r)$,将卫星位置矢量 $s_{n_s(k)}(t_k)$ 简单记为 $s_k = (s_{kx}, s_{ky}, s_{kz})^T$,则有

$$h_k(x_r) = \begin{bmatrix} a_k(x_r) \\ e_k(x_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan \left[\frac{r_{ky}(x_r) - s_{ky}}{r_{kx}(x_r) - s_{kx}} \right] \\ \arcsin \left[\frac{r_{kz}(x_r) - s_{kz}}{r_k(x_r) - s_k} \right] \end{bmatrix}, \quad k = 1, \dots, M \quad (4)$$

其中 $a_k(x_r)$ 应当转换到 $[0, 2\pi]$ 中去,且卫星位置 s_k 已知.方差矩阵 R_k 可以进一步写为

$$R_k = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{LOS}^2}{\cos^2[e_k(x_r)]} & 0 \\ 0 & \sigma_{LOS}^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中 σ_{LOS}^2 是角测量误差方差. 由此, 对自由飞行段弹道的估计就转化为利用测量集 $Z_M = \{z(k), k = 1, \dots, M\}$ 对参考时刻 t_r 状态 x_r 的估计, 参考时刻 t_r 可以选为关机点时刻或关机后的某一时刻.

3 参考时刻状态的估计

3.1 状态的最大似然估计

对 x_r 的估计可采用最大似然估计法. 测量 $z_k(x_r)$ 的条件概率密度为

$$p[z(k) | x_r] = |2 R_k|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} [z(k) - h_k(x_r)]^T R_k^{-1} [z(k) - h_k(x_r)]\right\} \quad (6)$$

测量集 Z_M 的似然函数为

$$Z_M(x_r) = \prod_{k=1}^M |2 R_k|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} v^T(x_r) v(x_r)\right\} \quad (7)$$

其中 $v(x_r) = \begin{bmatrix} R_1^{-\frac{1}{2}} [z(1) - h_1(x_r)] \\ \dots \\ R_M^{-\frac{1}{2}} [z(M) - h_M(x_r)] \end{bmatrix}_{2M \times 1}$ (8)

令 $J(x_r) = v^T(x_r) v(x_r)$, 则 x_r 的最大似然估计为 $x_r^{MLE} = \arg \max_{x_r} Z_M(x_r) = \arg \min_{x_r} J(x_r)$ (9)

显然, 这是非线性最小二乘估计问题.

3.2 改进的 Gauss-Newton 算法

理论上, 求解式(9)可以采用 Gauss-Newton 方法, 令

$$(\ddot{x}_r) = [\nabla_{x_r} v^T(x_r)]^T$$

$$= \begin{bmatrix} 1(x_r) \\ \dots \\ M(x_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1^{-\frac{1}{2}} [\nabla_{x_r} h_1^T(x_r)]^T \\ \dots \\ -R_M^{-\frac{1}{2}} [\nabla_{x_r} h_M^T(x_r)]^T \end{bmatrix}_{2M \times 6} \quad (10)$$

其中 $\nabla_{x_r} = \left[\frac{\partial}{\partial r_x(t_r)} \quad \frac{\partial}{\partial r_y(t_r)} \quad \frac{\partial}{\partial r_z(t_r)} \quad \frac{\partial}{\partial \dot{r}_x(t_r)} \quad \frac{\partial}{\partial \dot{r}_y(t_r)} \quad \frac{\partial}{\partial \dot{r}_z(t_r)} \right]^T$

如果给定初始估计 $x_r^{MLE(0)}$, 则可通过迭代求解 x_r^{MLE} . 设 $x_r^{MLE(n)}$ 为第 n 次迭代结果, 则求解式(9)的问题转化为求解一个二次型的极小值. 即

$$x_r^{MLE(n)} = \arg \min_{x_r} q(n)(x_r) \quad (11)$$

其中 $q(n)(x_r) = \ddot{t}_n(x_r) \cdot \ddot{t}_n(x_r)$ (12)

而 $\ddot{t}_n(x_r) = v[x_r^{MLE(n)}] + \ddot{t}_n(x_r)(x_r - x_r^{MLE(n)})$ (13)

则参考时刻状态 x_r 的最大似然估计为

$$x_r^{MLE(n+1)} = x_r^{MLE(n)} - [\ddot{t}_n(x_r) \ddot{t}_n(x_r)]^{-1} \ddot{t}_n(x_r) v[x_r^{MLE(n)}] \quad (14)$$

在本文的弱可观测条件下, 直接采用式(14)不可行. 主要问题在于, Fisher 信息矩阵 $\ddot{t}_n(x_r) \ddot{t}_n(x_r)$ 是一个病态矩阵, 条件数极大 (矩阵关于 2-范数的条件数定义为最大与最小奇异值之比, 通常条件数小于 10^3 的矩阵为良态矩阵), 矩

阵接近奇异, 从而在求解 $[\ddot{t}_n(x_r) \ddot{t}_n(x_r)]^{-1}$ 时得到的解严重失真, 致使迭代发散. 因此, 必须寻求更加稳健可靠的方法.

文献[6]采用了 Levenberg-Marquardt 方法求解式(9), 即将式(14)修正为

$$x_r^{MLE(n+1)} = x_r^{MLE(n)} - [\ddot{t}_n(x_r) \ddot{t}_n(x_r) + I_6]^{-1} \cdot \ddot{t}_n(x_r) v[x_r^{MLE(n)}] \quad (15)$$

其中, I_6 是 6 阶单位矩阵, λ 为正的常数且根据一定规则不断进行调整^[6-8], I_6 称为阻尼项. 采用文献[6]中的 L-M 方法能够解决大部分问题, 获得一致和有效的估计, 但仍然存在不足. 一是采用的初始化方法较粗略, 而且在某些很不利的条件下 (如单个卫星观测) 收敛很慢, 并且可能收敛于鞍点, 迭代仍然无法进行下去; 二是方法比较复杂, 需要不断根据规则调整阻尼因子.

令 $x_r = [r_r, \dot{r}_r]^T$, 且将 Jacobian 矩阵 $\ddot{t}_n(x_r)$ 分块写成 $\ddot{t}_n(x_r) = \begin{bmatrix} p_{\cdot(n)} & \dots & v_{\cdot(n)} \end{bmatrix}$ (16)

其中

$$p_{\cdot(n)} = [\nabla_{r_r} v^T(x_r)]^T, \quad v_{\cdot(n)} = [\nabla_{\dot{r}_r} v^T(x_r)]^T$$

则 Fisher 矩阵可写成

$$\ddot{t}_n(x_r) \ddot{t}_n(x_r) = \begin{bmatrix} T_{p_{\cdot(n)} p_{\cdot(n)}} & T_{p_{\cdot(n)} v_{\cdot(n)}} & T_{v_{\cdot(n)} p_{\cdot(n)}} & T_{v_{\cdot(n)} v_{\cdot(n)}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

根据矩阵理论, 式(15)中将阻尼项加到对角线元素上可以改善 Fisher 矩阵的条件^[8]. 实际上, 仿真实验表明, 子矩阵 $T_{p_{\cdot(n)} p_{\cdot(n)}}$ 和 $T_{v_{\cdot(n)} v_{\cdot(n)}}$ 各自的条件都比较好, 其各自对角线元素数量级相差很小 (仿真中 $T_{p_{\cdot(n)} p_{\cdot(n)}}$ 对角线元素约为 10^3 量级而 $T_{v_{\cdot(n)} v_{\cdot(n)}}$ 对角线元素约为 10^7 量级), 因而主要是子块 $T_{p_{\cdot(n)} p_{\cdot(n)}}$ 与 $T_{v_{\cdot(n)} v_{\cdot(n)}}$ 对角线元素数量级的较大差异导致了 Fisher 矩阵条件数的急剧增大.

由此, 本文提出了另外一种阻尼修正方法, 即只修正子块 $T_{p_{\cdot(n)} p_{\cdot(n)}}$ 的对角线元素来改善 Fisher 矩阵的条件, 即将式(17)右边修正为

$$\begin{bmatrix} T_{p_{\cdot(n)} p_{\cdot(n)}} + I_3 & T_{p_{\cdot(n)} v_{\cdot(n)}} \\ T_{v_{\cdot(n)} p_{\cdot(n)}} & T_{v_{\cdot(n)} v_{\cdot(n)}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

由此将式(15)变为

$$x_r^{MLE(n+1)} = x_r^{MLE(n)} - [D \ddot{t}_n(x_r) \ddot{t}_n(x_r) + D]^{-1} \ddot{t}_n(x_r) v[x_r^{MLE(n)}] \quad (19)$$

其中 $D = \begin{bmatrix} I_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ (20)

而 λ 是一个正的常数, 可取成与 $T_{v_{\cdot(n)} v_{\cdot(n)}}$ 对角线元素大小相当的量.

式(15)中 L-M 方法实质是将式(11)的最小二乘估计问题转化为一个约束的最优化问题^[8], 第 $n+1$ 次迭代值 $x_r^{MLE(n+1)}$ 被约束于以 $x_r^{MLE(n)}$ 为中心的超椭球内, 即

$$x_r^{MLE(n+1)} = \arg \min_{x_r} q(n)(x_r) \quad (21)$$

其中 $q(n)(x_r) = \left\{ x_r | x_r \in \mathbf{R}^6, x_r - x_r^{MLE(n)} \right\}$ (22)

被称为由 n 确定的信赖域. 同样, 本文中 式(19)也将式(11)的最小二乘估计问题转化为一个约束的最优化问题, 但信赖域为 $\{x_r | x_r \in \mathbf{R}^6, x_r - x_r^{MLE(n)}\}$, 且

$$= \left\{ \begin{matrix} x_r | x_r & \mathbf{R}^6, & \mathbf{r}_r - \mathbf{r}_{r,(n)} \\ y \end{matrix} \right\} \quad (23)$$

可以证明^[8], L-M 方法能够收敛到稳定点, 应用类似方法也可以证明若 Fisher 信息阵 $\mathbf{T}(x_r) \quad (x_r)$ 正定, 则式(19)的方法也能够收敛到稳定点, 不赘述. 由于计算机字长的影响, 在观测条件很差的情况下, Fisher 信息阵 $\mathbf{T}(x_r) \quad (x_r)$ 不一定正定. 若 Fisher 矩阵不正定, 则可用 Cholesky 强迫正定分解先修正 $\mathbf{T}(x_r) \quad (x_r)$ ^[9], 从而确保式(19)中矩阵 $\mathbf{T}(x_r) \quad (x_r) + \mathbf{D}$ 的正定性.

在本文的估计问题中, 可以获得相对误差较小的位置 r_r 初始估计, 而对速度矢量 \dot{r}_r 初始估计的相对误差则很大, GN 迭代过程主要是更新速度矢量 \dot{r}_r . 仿真表明, 对于位置矢量的约束在滤波过程中起着主要作用. 若固定位置, 先利用式(18)中子块 $\mathbf{T}_{v,(n)} \quad v,(n)$ 对速度进行滤波, 则在有利和不利的观测条件下都可直接采用 GN 方法得到更好的速度滤波值. 因此, 一方面, 若直接采用式(15)L-M 方法, 则对位置和速度的更新都增加了阻尼因子, 虽然滤波器比较稳定, 但在非常不利的观测条件下(如单星观测)算法效率很低. 仿真表明, 非常不利的条件下虽然常数不断调整, L-M 方法迭代过程仍常常停止于鞍点. 另一方面, 式(19)只对主要影响位置更新的子块 $\mathbf{T}_{p,(n)} \quad p,(n)$ 加阻尼项, 这样不仅改善了矩阵的条件数, 保持了算法的稳定, 而且又减少对主要影响速度矢量更新的子矩阵 $\mathbf{T}_{v,(n)} \quad v,(n)$ 的阻尼作用, 从而提高了算法效率. 此外, 仿真表明, 由于对位置的约束较严格, 一般地, 若选定了正常数, 则式(19)的迭代总能稳定进行, 不用反复调整.

3.3 Jacobian 矩阵的求解

对 (x_r) 的求解关键在于子矩阵 $k(x_r)$ 的求解, 其中 $1 \leq k \leq M$. 令式(4)中

$$\mathbf{r}_k(x_r) - s_k = k(x_r) \quad (24)$$

对式(4)求梯度, 则有

$$k(x_r) = -\mathbf{R}_k^{-\frac{1}{2}} \left[\nabla_{x_r} h_k^T(x_r) \right]^T \\ = \mathbf{R}_k^{-\frac{1}{2}} \left[\begin{matrix} \left[\frac{\sec e_k(x_r)}{k(x_r)} \right] \cdot \left[(\nabla_{x_r} r_{kx}) \sin a_k(x_r) - (\nabla_{x_r} r_{ky}) \cos a_k(x_r) \right]^T \\ \left[\frac{\sec e_k(x_r)}{k(x_r)} \right] \cdot \left[(\nabla_{x_r} r_{kz}) \sin e_k(x_r) - \nabla_{x_r} r_{kz} \right]^T \end{matrix} \right]_{2 \times 6} \quad (25)$$

其中, $\nabla_{x_r} r_{kx}$ 、 $\nabla_{x_r} r_{ky}$ 和 $\nabla_{x_r} r_{kz}$ 分别是 6×3 矩阵 $\nabla_{x_r} \mathbf{r}_k^T(x_r)$ 中的 3 个列向量, 而 $\nabla_{x_r} \mathbf{r}_k^T(x_r)$ 可以用数值方法得到, 也可直接采用文献[4]的方法得到. 同理, 可以求得 $\nabla_{x_r} k(x_r)$, 且有

$$\nabla_{x_r} k(x_r) = \left[\nabla_{x_r} \mathbf{r}_k^T(x_r) \right] \cdot \frac{\left[\mathbf{r}_k(x_r) - s_k \right]}{k(x_r)} \quad (26)$$

由此, 根据式(25)和(26)可以得到子矩阵 $k(x_r)$, 从而根据式(10)得到 Jacobian 矩阵 (x_r) .

3.4 状态估计的初始化

本文采用了简单有效的初始化方法, 适用于单个及多个卫星观测情况. 记式(4)中

$$\mathbf{r}(t_k) - s_k = k u_k, \quad k = 1, \dots, M \quad (27)$$

其中 k 是目标到卫星距离, 而

$$u_k = \frac{\mathbf{r}(t_k) - s_k}{\mathbf{r}(t_k) - s_k} \quad (28)$$

显然也有 $\mathbf{r}(t_r) - s_r = r u_r$ (29)

注意到 u_k 已知, 且 $u_k = [\cos e_k(x_r) \cos a_k(x_r) \quad \cos e_k(x_r) \sin a_k(x_r) \quad \sin e_k(x_r)]^T, k = 1, \dots, M$.

利用常加速模型描述目标运动, 任意时刻 t_k 目标位置 $r_k(x_r)$ 为

$$\mathbf{r}(t_k) = \mathbf{r}_r + \dot{\mathbf{r}}_r(t_k - t_r) + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{r}}_r(t_k + t_r)^2 \\ k = 1, \dots, M, k \neq r \quad (30)$$

将式(29)代入式(30)并利用式(27)得到

$$s_k - s_r = \dot{\mathbf{r}}_r(t_k - t_r) + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{r}}_r(t_k - t_r)^2 - r u_r - k u_k \\ k = 1, \dots, M, k \neq r(31)$$

在式(31)两边同时使用 $u_k(k \neq r)$ 进行向量叉乘(即算子 \odot), 可以消去 $k u_k(k \neq r)$ 项, 得到

$$(t_k - t_r) \cdot (u_k \odot \dot{\mathbf{r}}_r) + \frac{1}{2} (t_k - t_r)^2 \cdot (u_k \odot \ddot{\mathbf{r}}_r) - r_r \cdot (u_k \odot u_r) \\ = u_k \odot (s_k - s_r), \quad k = 1, \dots, M, k \neq r \quad (32)$$

显然, 当 $M \geq 5$ 时, 可获得式(32)的最小二乘解. 式(32)的线性最小二乘问题矩阵条件数也比较大, 必须采用 Golub 的方法^[8]求解. 利用式(32)得到 $\dot{\mathbf{r}}_r, \ddot{\mathbf{r}}_r$ 和 r_r , 将 r_r 代入式(29)得到 r_r , 由此得到的 x_r 初始估计值 $x_{r,(0)}$.

理论上, 对于单个卫星观测的情况可以采用式(32)处理, 但是实际上此时可观测性非常弱, 直接求解式(32)得到的解严重失真. 可以采用更简单的方法直接得到 r_r , 再得到 $x_{r,(0)}$. 首先, 可以根据先验知识确定 $r_{r,(0)}$, 而

$$r_{r,(0)} = r_{eff} + alt \quad (33)$$

其中, r_{eff} 是地球半径, alt 是目标的高度, 一般为几十公里. 由于 r_{eff} 很大(约 6371km), 因此, 即使设定的 alt (例如可以设 alt 为关机点的大致高度)与真实值差几十公里, $r_{r,(0)}$ 估计相对误差也较小, 对于确定初始估计值来讲已经足够. 根据几何关系有

$$r_r^2 + 2(r_r^T \cdot s_r) + s_r^2 = r_{r,(0)}^2 \quad (34)$$

求解式(34)取其中大于地球半径 r_{eff} 的正根就得到 r_r . 代入式(29)就得到 $r_{r,(0)}$, 同样利用式(27)~(32)的步骤得到 $\dot{\mathbf{r}}_r(0)$. 在仿真实验中, 上述的初始估计方法取得了很好的效果.

3.5 状态估计误差的方差

令 x_r^{true} 表示参考时刻 t_r 状态的真实值, 则估计误差方差的 Cramer Rao 下限为^[2]

$$P_{CRLB}^{-1} = \left\{ \left[\mathbf{I}(x_r) \right]^T \left[\mathbf{I}(x_r) \right] \right\}_{x_r = x_r^{true}} \quad (35)$$

理论上, 只有状态变量传递函数及测量方程 $h(\cdot)$ 均为线性函数时, 最大似然估计才严格无偏, 且估计误差的方差可以达到 Cramer Rao 下限(有效). 本文中处理的是一个非线性问题, 在文中的假设条件下, 最大似然估计只是一致和渐近有效的^[2]. 因此, 可以得到最大似然估计问题误差方差的近似表达式

$$(P^{MLE})^{-1} \left\{ \left[\mathbf{I}(x_r) \right]^T \left[\mathbf{I}(x_r) \right] \right\}_{x_r = x_r^{MLE}} \quad (36)$$

4 仿真实验与结果分析

仿真实验条件同文献[6], 考虑单星观测(S_1)和双星(S_2)

和 S_2) 观测两种情况. 目标是射程约 1000km 的某弹道导弹, 参考点时刻 t_r 目标在 ECI 坐标系中位置 $r_r^{true} = (3936.42, 3936.42, 3214.07)^T$ km, 速度 $v_r^{true} = (-0.4028, 0.1792, 0.2360)^T$ km/s. 假定观测的低轨卫星轨道都为圆形, 位于赤道平面上, 自东向西飞行, 且海拔高度为 1000km. 在 t_r 时刻 S_1 在北纬 0° 、东经 0° , S_2 位于北纬 0° 、东经 90° . 观测时间窗取为 60s LOS 测量的数据采样间隔 T_s 可改变, 产生不同的测量次数 M . LOS 测量噪声均方根分别取为 $5\mu\text{rad}$ 、 $10\mu\text{rad}$ 和 $25\mu\text{rad}$, 分别进行 100 次 Monte Carlo 仿真.

首先检验测量与估计值符合程度. 残差加权平方和 $J(x_r^{MLE})$ 近似服从自由度为 $(mn_z - n_x)$ 的 χ^2 分布^[2,3], 其中 m 为测量次数, n_z 为测量量个数, n_x 为待估计的参数个数. 给定置信水平 $1 - \alpha$ (取 95%), 若估计值与测量值比较符合, 则 N 次 Monte Carlo 仿真满足下列检验^[2,3]

$$\bar{J}_{lb} = \frac{\chi^2_{(2M-6)N}(0.025)}{N} \quad \bar{J}(x_r^{MLE}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J^{(i)}(x_r^{MLE})$$

$$\frac{\chi^2_{(2M-6)N}(0.975)}{N} = \bar{J}_{ub} \quad (37)$$

其中, $J^{(i)}(x_r^{MLE})$ 表示第 i 次仿真的结果. 将仿真结果列成表 1, 其中, T_s 是观测时间间隔 (取样间隔), 表中括号外是单星观测, 括号内是双星观测. 在本文仿真条件下, 单星由于可观

测性很差, 个别情况残差稍大; 而两颗卫星观测情况则完全满足式 (27).

表 1 实际测量与估计值符合程度检验

T_s (s)	M (次)	\bar{J}_{lb}	$\bar{J}(x_r^{MLE})$			\bar{J}_{ub}
			$= 5\mu\text{rad}$	$= 10\mu\text{rad}$	$= 20\mu\text{rad}$	
10	6	5.534	7.575(5.033)	6.667(6.135)	6.569(6.198)	6.698
6	10	12.982	13.969(13.037)	14.344(14.771)	13.607(13.051)	15.056
5	12	16.843	20.060(18.159)	19.087(17.203)	16.848(18.354)	19.195
4	15	22.661	24.430(23.834)	24.750(23.003)	24.869(24.418)	25.377
3	20	32.403	34.738(32.415)	34.148(32.838)	35.243(32.714)	35.635
2	30	51.982	57.406(52.069)	52.609(53.283)	55.954(52.834)	56.056

其次, 研究位置及速度估计误差. 仿真实验位置及速度误差的均方根及对应的 Cramer-Rao 下限分别见图 1 ~ 图 4. 其中, 由于可观性较差, 单星观测估计误差较大, 但基本能达到 C-R 限. 在双星观测的情况下, 仿真值与理论上的 C-R 限符合得非常好, 几乎完全重合. 比较图 1 ~ 4 可看出, 由于双星对可观性的极大改善, 大大减小了估计误差. 当 LOS 测量噪声均方根为 $10\mu\text{rad}$ 时, 对参考时刻 t_r 目标位置估计误差 RMS 约为 0.05km, 而速度估计误差 RMS 约为 2m/s . 因此, 采用双星观测是比较理想的. 从图中还可看出, 减小观测时间间隔 (增加观测次数) 及 LOS 测量误差都能提高估计精度, 而 LOS 测量误差对估计精度影响更大.

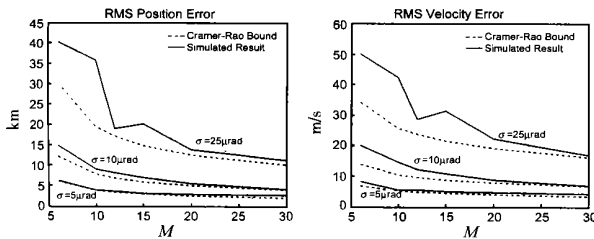


图 1 单星观测对位置估计误差 图 2 单星观测对速度估计误差

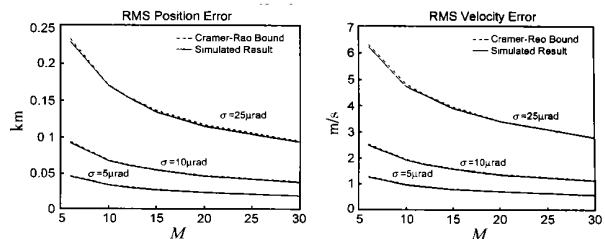


图 3 双星观测对位置估计误差 图 4 双星观测对速度估计误差

5 结束语

本文主要研究空间预警系统利用星载红外传感器的视线测量估计弹道导弹自由飞行段弹道的问题, 该问题可转化为对参考时刻运动状态的估计问题. 由于目标运动的弱可观性, Fisher 信息矩阵条件数很大, 通用的 Gauss-Newton 方法是失效的. 因此, 本文一方面采用简单有效的初始估计方法, 另一方面提出了只约束位置的简单修正 Fisher 矩阵的改进 GN 方法, 克服了单星观测情况下 L-M 方法的不足, 又比 L-M 方法更加简单, 解决了弹道的估计问题. 仿真实验表明, 本文提出的方法很稳健, 对单星或双星观测的情况都有效, 并能够获得均方意义下的最优估计.

参考文献:

[1] James E S, Paul R C. Space-based infrared satellite system (SBIRS) requirements management [A]. IEEE Aerospace Applications Conf. Proc [C]. IEEE Comp Soc, Los Alamitos, CA, USA: IEEE, 1998.

[2] Bar-Shalom Y, Li X R. Estimation and Tracking: Principles, Techniques and software [M]. Artech House, Norwood, MA, 1993.

[3] Blackman S, Popoli R. Design and Analysis of Modern Tracking Systems [M]. Artech House, Norwood, MA, 1999.

[4] Bate R, et al. Fundamentals of Astrodynamics [M]. New York: Dover, 1971.

[5] Chang C B. Ballistic trajectory estimation with angle-only measurements [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1980, AC-25 (3): 474 - 480.

[6] Yeddanapudi M. Estimation and Data Association Algorithm for Multi-sensor-Multitarget Tracking [D]. University of Connecticut, 1996.

[7] 孙仲康, 周一宇, 等. 单多基地有源无源定位技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.

[8] 粟塔山, 等. 最优化计算原理与算法程序设计 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2001.

作者简介:



李 盾 男, 1971 年 12 月生于四川, 1993 年毕业于国防科技大学电子技术系, 现为信息与通信工程学科博士研究生, 已发表学术论文 10 余篇, 主要研究领域有: 信号处理及综合电子战系统与技术等.